

中小微企业信贷决策的数学模型

蔡正群¹, 张经纬², 黄昭², 宛庆³

(1. 安徽建筑大学 外国语学院, 安徽 合肥 230601; 2. 安徽建筑大学 机械与电气工程学院, 安徽 合肥 230601;
3. 安徽建筑大学 经管学院, 安徽 合肥 230601)

摘要: 为研究实际情况中, 银行对规模较小、抵押资产较少的中小微企业的信贷策略, 先利用企业的盈利表示企业实力、用模糊综合评价法测算企业信誉、用灰色预测分析法预算突发因素的影响来量化信贷风险的影响因素, 之后用量化后的数据建立多元线性回归模型, 并由 AHP 确定多元线性回归模型的权重系数, 得到信贷风险与中小微企业实力、信誉以及突发因素之间的关系。最后, 由建立的模型分析判定企业信贷风险的等级, 由此确定不同企业的信贷策略。

关键词: 信贷决策; 灰色预测模型; 多元线性回归模型

中图分类号: O171

文献标识码: A

文章编号: 2095-8382 (2021) 01-090-05

Mathematical Model of Credit Decision of Small and Medium Sized Enterprises

CAI Zhengqun¹, ZHANG Jingwei², HUANG Zhao², WAN Qing³

(1. College of Foreign Languages, Anhui Jianzhu University, Hefei 230601, China;
2. College of Mechanical and Electrical Engineering, Anhui Jianzhu University, Hefei 230601, China;
3. School of Economics and Management, Anhui Jianzhu University, Hefei 230601, China)

Abstract: In order to discover the bank's credit strategies for small and medium-sized micro enterprises with small scale and less mortgage assets. First of all, this paper uses the enterprise's profit to express the enterprise's actual strength, then uses the fuzzy comprehensive evaluation method to measure the enterprise's reputation. Besides using the grey prediction analysis method to budget the influence factors of sudden emergency. And finally a multiple linear regression model that using quantified data was established. It called The weight coefficient of multiple linear regression model as well as determined by AHP, and the relationship between credit risk and strength, reputation and sudden factors of small and medium-sized enterprises is obtained. Finally, the credit risk level of enterprises is determined by the established model analysis, so as to determine the credit strategies of different enterprises.

Key word: Credit decisions; grey prediction model; multiple linear regression model

中小微企业一般规模较小, 抵押资产较少。银行为了降低借贷风险, 会对中小微企业进行信贷风险评估, 依据信贷风险等因素来确定是否放贷及贷款额度、利率和期限等信贷策略。本文主要讨论银行如何评估信贷风险并制定信贷策略。

企业的生产经营和经济效益可能会受到一些突发因素影响, 而且突发因素往往对不同行业、不同类别的企业会有不同的影响。综合考虑以上所有因素对各企业的影响, 给出银行在年度信贷总额为 1 亿元时的信贷策略。

收稿日期: 2020-10-6

基金项目: 2020 年度安徽省教育厅科学研究一般项目 (SK2020JD15), 安徽建筑大学引进人才及博士启动资金 (2016QD16), 安徽建筑大学校级质量工程项目 (2020jy05、2018jy09)。

作者简介: 蔡正群 (1983 -), 女, 硕士, 主要研究方向: 公共管理。

本文采用 2020 年全国大学生数学建模竞赛 C 题中的数据,具体数据详见网址 http://www.mcm.edu.cn/html_cn/node/10405905647c52abfd6377c0311632b5.html。建立模型量化信贷风险,确定信贷决策,并考虑突发因素的影响,对信贷决策进行调整。所建立的模型及思想可以推广到多因素对某一事物的影响研究,量化多因素的影响,确定多因素的影响权重,最终得出多因素如何影响这一事物以便做出决策等。

1 建模准备

信贷风险由中小微型企业的实力、信誉确定,首先将两个指标进行量化,再将两者建立联系,表示出信贷风险,即量化信贷风险^[1]。考虑突发因素的影响时,用新冠病毒疫情对各行各业的影响代表突发因素的影响,合理处理数据将突发因素量化,加入原先建立的关系中,创建新的关系表达式,使得信贷风险再次被量化。最后将信贷风险与贷款额度、利率、期限等因素综合考虑,从高到低按比例分为五个等级,得出具体的信贷策略。

1.1 合理假设

- (1) 假设贷款期限都为一年;
- (2) 假设年利率根据企业信誉分等级之后不再变化;
- (3) 假设突发因素可以用新冠疫情代表;
- (4) 假设企业可以大致分为工程、科技、贸易、娱乐、服务五个行业;
- (5) 假设发票金额为负数的发票定义为负数发票;
- (6) 假设企业可分为个体经营、非个体经营两大类。

1.2 变量及符号

该模型中用到的变量及符号见表 1:

表 1 主要变量符号及意义表

| 序号 | 符号 | 解释说明 |
|----|-------|-----------|
| 1 | P | 信誉 |
| 2 | W | 利润 |
| 3 | CR | 信贷风险 |
| 4 | U | 模糊综合评价因素集 |
| 5 | V | 模糊评判因素的等级 |
| 6 | R | 单因素评判矩阵 |
| 7 | A_j | 评判因素的权数 |
| 8 | T | 模糊综合评价结果 |

2 基于 AHP 的多元线性回归模型的建立

2.1 基于模糊综合评价分析量化信誉

为了寻找到合适的指标来量化信誉,根据全国大学生数学建模比赛的数据,将有效发票数目、(有效票数 - 负数票数) / 有效发票数作为模糊综合评价^[2]的两个因素集:

$$U = \{U_1, U_2\}.$$

设评判因素的等级集为:

$$V = \{V_1, V_2, V_3, V_4\}.$$

V 中包含 A 、 B 、 C 、 D 四个等级, A 代表信誉高, B 代表信誉较高, C 代表信誉中等, D 代表信誉低。

通过用专家评分法^[3]对各类专家征询调查、计算得到如下单因素评判矩阵:

$$R = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.5 & 0.1 \end{pmatrix}.$$

继续用专家评分法,确定评判因素的权数:

$$A_j = \frac{1}{10} \sum_{k=1}^{10} \alpha_{ji} \quad j=1,2, \dots, 302, i=1,2. \quad (1)$$

式(1)中 a_{ji} 为第 k 个专家对第 j 个企业第 i 个评判因素的权数分配。测得 j 个公司的评判因数为:

$$A_j = \{0.3, 0.7\}.$$

进行矩阵运算得出模糊综合评价结果 T :

$$\begin{aligned} T_1 = A_1 \bullet R &= \{0.31, 0.69\} \bullet \begin{pmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0.3 \end{pmatrix} \\ &= (0.193, 0.231, 0.307, 0.269). \end{aligned}$$

依据最大隶属度^[4]原则,可知企业 E423 的信誉等级为 C 级。同理可得出所有企业的信誉等级见表 2。

表 2 302 家企业信誉表

| 企业 | E124 | E125 | ... | E423 | E424 | E425 |
|----|------|------|-----|------|------|------|
| 等级 | A | A | ... | C | D | B |

将信誉划分为高、中高、中、中低、低五个等级,用 MATLAB 将数据做成图 1,可以清晰地表示出各等级企业所占比例。

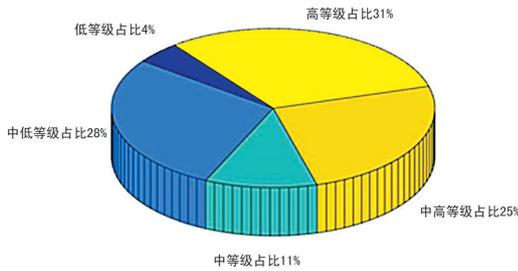


图 1 302 家企业信誉等级图

2.2 量化实力

将企业的实力用利润(利润 = 销项发票的价税合计总数 - 进项发票的价税合计总数)表示,利润数值越大,实力越强,经过计算处理得到 302 家中小微企业实力强弱,具体结果详见表 3。

表 3 302 家企业实力强弱表

| 企业 | E124 | E125 | ... | E425 |
|----|------------|------------|-----|-------|
| 利润 | -184674798 | -152972119 | ... | 22919 |

2.3 基于灰色预测法量化突发因素

由于所给数据有限,分析得新冠病毒疫情的爆发可作为突发因素。选取 2019 年 11 月至 2020 年 2 月的 4 个月作为疫情期间,由于 2 月达高峰期,4 个月数据偏少,于是预测出 3 月的利润。计算出 11 月、12 月、1 月、2 月、3 月这 5 个月期间销项发票价税合计总值,分析疫情对各行各业造成的影响。再继续根据疫情、实力、信誉这 3 个指标量化信贷风险,调整信贷决策。

为将突发因素的影响大小与信贷风险^[6]进行联系,建立多元线性回归模型。利用灰色预测法^[8]预测出三月份的利润后,用每个行业的利润的大小来表示疫情的影响大小,再将预测出的利润进行归一化处理,得到疫情对行业的影响大小。

2.3.1 数据的检验与处理

建立企业利润时间序列如下:

$$\hat{x}^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4)) = (4741896, 13834965, 2600000, 2288314).$$

序列的级比:

$$\lambda(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}.$$

$$\lambda = (\lambda(2), \lambda(3), \lambda(4)) = (0.34, 5.32, 1.13).$$

由于所有的 $\lambda(k) \in [0.34, 5.32], k = 2, 3, 4$ 所以符合级别判断。

2.3.2 G(1,1) 建模

对原始数据 $x^{(0)}$ 做一次累加,得:

$$x^{(1)} = (4741896, 18576861, 21176861, 23465174.5).$$

构造数据矩阵 J 及数据向量 Y ,得:

$$J = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2) & 1 \\ -\frac{1}{2}x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3) & 1 \\ -\frac{1}{2}x^{(1)}(3) + x^{(1)}(4) & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \end{bmatrix}.$$

计算:

$$\hat{u} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{bmatrix} = (J^T J)^{-1} J^T Y = \begin{bmatrix} 1.16 \\ 26976915.81 \end{bmatrix}.$$

得出

$$\hat{a} = 1.16, \hat{b} = 26976915.81.$$

2.3.3 建立模型及求解:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + \hat{a}x^{(1)} = \hat{b}.$$

积分求解,得:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{\hat{a}}{\hat{b}})e^{-\hat{a}k} + \frac{\hat{a}}{\hat{b}} \quad (2)$$

$$= -18613900e^{-1.15504k} + 23355800.$$

求生成序列预测值 $\hat{x}^{(1)}(k+1)$ 及模型还原至值 $\hat{x}^{(0)}(k+1)$,令 $k=1, 2, 3, 4$,由式(2)的时间响应函数可算得 $\hat{x}^{(1)}$,其中 $\hat{x}^{(1)}(1) = x^{(0)}(1) = x^{(0)}(1) = 4741896$,由 $\hat{x}^{(0)}(k+1) = x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k)$,取 $k=1, 2, 3, 4$,得:

$$\hat{x}^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4)) = (4741896, 1274965, 2600000, 2288314).$$

将 302 家企业大致划分为五个行业,在每个行业中选取有代表性的企业,得到突发因素对行业的影响总结为下表 4:

表 4 行业影响表

| 行业 | 科技 | 工程 | 服务 | 贸易 | 娱乐 |
|----|--------|--------|-------|--------|-------|
| 影响 | -0.500 | -0.126 | 0.225 | -0.010 | 0.006 |

表 4 中科技、工程、贸易影响均为负值,表示这些行业均受疫情影响,且为不利影响,服务和娱乐行业影响为正值,表示这些行业受疫情影响为有利影响,可见因为疫情刺激了此类行业的国民消费。

2.4 基于 AHP 的多元回归模型的建立

首先不考虑突发因素,将实力与信誉结合,量化信贷风险。建立多元线性回归模型^[7],为了得到多元线性回归模型的系数,将判别函数的系数作为目标层,将信誉、利润和突发因素作为准则层,将每个因素对应的数据作为方案层,由 AHP 算法^{[5][9]}得出各系数权重:

$$CR' = 0.5497W + 0.1832P + 0.1099x_1 + 0.0785x_2 + 0.0785x_3. \quad (3)$$

式(3)中 CR' 表示判别函数值, W、P 分别表示中小微企业的实力和信誉, x1, x2, x3 为零。所得 CR' 的值越高, 信贷风险越低; CR' 的值越低或为负数, 信贷风险就越大。

通过 F 检验, 检验的 F 值为 4710481520108330000, 查 a/2 上分位表可知 $F_{0.025}(2, 223) = 3.7514$, 因而拒绝原假设, 模型整体上通过了检验。

再考虑突发因素^[10], 将预测出的每个行业二、三月份的销项发票的价税合计之差 x1 (代表突发因素对不同行业的企业的影 响) 作为影响信贷风险的一个因素, 将根据专家的建议把个体企业对信贷风险的影响定为 0.6, 把公司企业对信贷风险的影响定为 0.4 (个体经营和非个体经营是企业的类别, 设为 x2)。

在式(3)上加入 x1、x2, 得到修改后的多元线性回归模型为:

$$CR'' = 0.5497W + 0.1832P + 0.1099x_1 + 0.0785x_2.$$

x1 表示不同行业的企业受突发因素的影响因素, x2 表示不同类别的企业受突发因素的影响因素。

3 基于 AHP 的多元回归模型的求解

将每一个企业的信誉、利润、不同行业的企业受突发因素的影响、不同类别的企业受突发因素的影响数据代入 CR'' 中, 再由 MATLAB 编程可算出不同企业的信贷风险 CR'' 的见见表 5:

表 5 302 家企业信贷风险值表

| | | | | | |
|------|------|------|-----|------|------|
| 企业代号 | E124 | E125 | ... | E423 | E425 |
| 风险值 | 0.23 | 0.24 | ... | 0.30 | 0.38 |

将表 5 的信贷风险值从高到低分成五个等级, 得出信贷风险等级表 6:

表 6 风险等级表

| 风险程度 | 风险范围 | 数量 |
|------|----------|----|
| 高 | 0.3 以下 | 30 |
| 中高 | 0.3-0.35 | 67 |
| 中 | 0.35-0.4 | 41 |
| 中低 | 0.4-0.45 | 42 |
| 低 | 0.45 以上 | 42 |

同样运用 MATLAB 软件, 将风险等级表做成风险等级占比图更直观, 见图 2。对比图 1, 可以清楚地发现风险占比图发生了变化, 即突发因素对各行各业产生了影响。

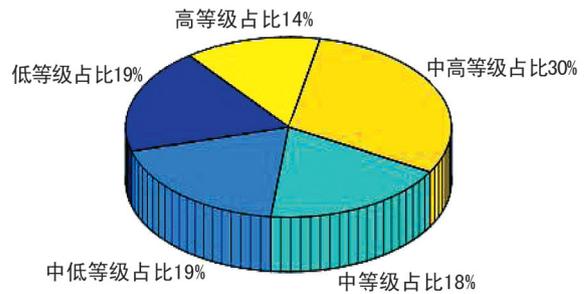


图 2 风险程度占比图

至此, 实力、信誉、突发因素、信贷风险已全部量化, 将信贷风险、贷款额度、年利率从高到低按比例分成五个等级 (贷款额度按全国大学生数学建模 C 题的数据为每个企业分配额为 10~100 万, 总额为一亿; 年利率为 4%~15%) , 得到具体的信贷调整策略见表 7。

表 7 信贷策略表

| 风险程度 | 贷款额占比 (对应等级企业数目 * 额度 / 总额) | 年利率 |
|------|-------------------------------|--------|
| 高 | 2.46% | 15.00% |
| 中高 | 17.87% | 12.25% |
| 中 | 18.50% | 9.50% |
| 中低 | 26.46% | 6.75% |
| 低 | 34.46% | 4.00% |

贷款额占比 = 对应等级企业数目 * 额度 / 总额。

4 总结

本文对信贷风险进行了量化分析, 对大量数据进行科学处理, 基于模糊综合评价分析量化信誉, 将信誉划分为五个等级。由于数据较少, 用灰色预测法预测算出受新冠病毒疫情影响的月份所需数

(下转第 102 页)

on Cybernetics, 2015, 45 (8) :1499-1510.

- [39] Liu P, Han S Z, Meng Z B, et al. Facial expression recognition via a boosted deep belief network[C]//2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. June 23-28, 2014, Columbus, OH, USA. IEEE, 2014: 1805-1812.
- [40] Li W B, Ke C. Ensemble deep neural networks for domain-specific Image Recognition[C]//2016 IEEE International Conference on Multimedia & Expo Workshops (ICMEW).

July 11-15, 2016, Seattle, WA, USA. IEEE, 2016: 1-4.

- [41] Chang T Y, Wen G H, Hu Y, et al. Facial expression recognition based on complexity perception classification algorithm[EB/OL]. 2018
- [42] Li D Y, Wen G H, Hou Z, et al. RTCRelief-F: an effective clustering and ordering-based ensemble pruning algorithm for facial expression recognition[J]. Knowledge and Information Systems, 2019, 59 (1) : 219-250.

(上接第 93 页)

据,巧妙地表示突发因素对各行各业的影响,灵活的调整信贷策略。基于层次分析法建立多元回归模型对信贷风险量化分析,使所得影响因素的权重更加合理,决策更加准确。通过将贷款额度、信贷风险、年利率等以分等级的方式进行信贷决策,决策层次清晰明了。将信贷风险分等级,根据风险等级进而确定不同信贷决策,没有将风险等级与决策建立准确函数关系,但本文建立的模型通过检验均可行,证明方法可行。

参考文献:

- [1] 周延鲸. 银行信贷风险量化研究 [J]. 系统工程, 1997, 15 (3) : 28-31, 45.
- [2] 司守奎, 孙玺菁. 数学建模算法与应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2014.
- [3] 田军, 张朋柱, 王刊良, 等. 基于德尔菲法的专家意见集成模型研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24 (1) : 57-62, 69.

- [4] 孙晓元, 解北京, 薛洪来, 等. 基于隶属度分析的回采面冲击地压微震能量阈值判定 [J]. 中国煤炭, 2016, 42 (1) : 35-40.
- [5] Mo Qi Kong, Jian Xin Tang, Si Ming Yu. Financial risk assessment of an ocean shipping company based on the AHP[J]. Journal of Coastal Research, 2020, 106 (sp1) : 481.
- [6] Smales L A. News sentiment and bank credit risk[J]. Journal of Empirical Finance, 2016, 38: 37-61.
- [7] 李萍, 毛琼, 王新颖, 等. 基于多元线性回归分析的操作成本预测模型建立与应用 [J]. 石油规划设计, 2018, 29 (3) : 33-37, 52.
- [8] 宋海萍. 基于灰色系统模型的矿区地表沉降预测研究 [J]. 矿山测量, 2020, 48 (4) : 35-37, 56.
- [9] 张永娟, 魏夕原, 申伟平, 等. 层次分析法在长城钻探公司审核标准中的应用 [J]. 油气田环境保护, 2020, 30 (4) : 65-69, 77.
- [10] 严长春, 生佳根, 於跃成, 等. 基于主题模型包含突发因素的推荐算法研究 [J]. 计算机与数字工程, 2020, 48 (6) : 1304-1308, 1366.