

# 基于胞元拓扑优化法的内凹六边形负泊松比超材料结构设计

康小方<sup>1, 2, 3, 4</sup>, 柳景超<sup>1</sup>, 夏光辉<sup>1, 3, 4</sup>, 许庆虎<sup>1, 3, 4</sup>

(1. 安徽建筑大学 土木工程学院, 安徽 合肥 230601; 2. 智能地下探测技术重点实验室, 安徽 合肥 230601; 3. 安徽省 BIM 工程中心, 安徽 合肥 230601; 4. 安徽省装配式建筑研究院, 安徽 合肥 230601)

**摘要:** 基于拓扑优化的方法, 提出了一种内凹六边形负泊松比超材料的结构胞元拓扑优化方法。针对胞元的不同内凹角的拓扑基结构, 以指定的材料底边长与肋部长作为约束条件, 把结构胞元泊松比最大化作为目标函数, 建立了不同内凹角内凹六边形负泊松比超材料的拓扑优化模型并进行计算。提取拓扑优化得到的结构胞元构型, 经过一定的周期排列最终得到负泊松比结构。建立超材料结构的宏观模型, 验算了结构胞元的负泊松比并和理论值相比较, 计算分析内凹六边形负泊松比超材料的力学行为。结果表明, 内凹六边形负泊松比超材料内凹角越大其负泊松比效应越明显。与传统多孔材料结构相比, 设计的超材料结构具有更好的承载能力。

**关键词:** 拓扑优化; 负泊松比; 内凹六边形; 胞元

中图分类号: TB330

文献标识码: A

文章编号: 2095-8382(2022)01-021-06

## Design of Concave Hexagonal Auxetic Metamaterial Using Cell Topology Optimization Approach

KANG Xiaofang<sup>1, 2, 3, 4</sup>, LIU Jingchao<sup>1</sup>, XIA Guanghui<sup>1, 3, 4</sup>, XU Qinghu<sup>1, 3, 4</sup>

(1. College of Civil Engineering, Anhui Jianzhu University, Hefei 230601, China; 2. Key Laboratory of Intelligent Underground Detection Technology, Hefei 230601, China; 3. BIM Engineering Center of Anhui Province, Hefei 230601, China; 4. Prefabricated Building Research Institute of Anhui Province, Hefei 230601, China)

**Abstract:** A cell topology optimization approach for concave hexagonal auxetic metamaterial is proposed. Based on the ground structure of the cell with different concave angles, the material bottom length and rib length are taken as constraints. Taking the maximization of Poisson's ratio as the objective function, a topological optimization model of concave hexagonal auxetic metamaterial with different concave angles and concave hexagon is established and calculated. The auxetic structure is obtained through the periodic arrangement of cell structure by topology optimization. The macro model of metamaterial structure is established, and the negative Poisson's ratio of structural cell is checked and compared with the theoretical value, and the mechanical behavior of concave hexagon auxetic metamaterial is calculated. The results show that for the concave hexagon auxetic metamaterial, the larger the concave angle is, the stronger the negative Poisson's ratio effect is. Compared with classic porous material structure, the design has higher bearing capacity.

**Keywords:** topological optimization; negative Poisson's ratio; concave hexagon; cell

收稿日期: 2021-08-22

基金项目: 安徽省自然科学基金资助项目(2008085QE245); 安徽省高校自然科学研究重点项目(KJ2019A0747、KJ2020A0490); 安徽建筑大学引进人才及博士启动基金项目(2020QDZ07、2020QDZ38); 安徽省住房城乡建设科学技术计划项目(2019YF-029、2020-YF20、2021-YF22)

作者简介: 康小方(1985-), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为结构振动控制及超材料结构设计。

泊松比是用作材料的泊松比效应的度量系数,泊松比也被称作材料的横向变形系数,材料在力作用与力作用垂直方向上的横向变形特性。泊松比是指材料在受力加载方向下,其横向应变与纵向应变比值的相反数<sup>[1-3]</sup>。生活中所使用的材料泊松比取值一般不小于 0,常见的金属泊松比一般在 0.3 左右。液体是一种极为致密的材料且不可被压缩,在压力的作用下体积几乎没有变化,其泊松比接近 0.5。

约 160 年前,经典弹性理论提出了材料出现负泊松比的可能性<sup>[4]</sup>。常见的内凹结构包括内凹六边形、双箭头模型、星型和手性等结构。1982 年,Gibson 等<sup>[5]</sup>首次提出了内凹六边形蜂窝模型;Yang S 等<sup>[6]</sup>提出了一种矩形穿孔的负泊松比结构。采用拓扑优化方法设计负泊松比超材料为超材料结构优化设计提供了一种新的途径,该方法已广泛应用于负泊松比超材料结构优化<sup>[7-8]</sup>。

负泊松材料主要类型有<sup>[9]</sup>:①天然负泊松比材料;②胞状负泊松比材料;③金属负泊松比材料;④由多种普通基材所组成的多重负泊松比材料;⑤由负泊松比材料和非负泊松比材料复合形成的负泊松比复合材料。

与传统泊松比材料相比,负泊松比超材料几乎具有两倍的抗断裂性<sup>[10-12]</sup>,具有负泊松比效应的复合材料抗断裂性也大约是传统复合材料的两倍。桥梁的伸缩缝材料要求其性能满足垂直和平行于桥梁轴线的两个方向都可以自由变形。然而,负泊松比超材料具有受到压力时横向收缩、受到拉力时横向膨胀的特性。负泊松比超材料安装在梁体间隙之中拥有足够的变形能力,同时负泊松比效应还能够对材料的横向和竖向承载能力有一定的增强。随着负泊松比超材料结构的快速发展,已经涉及到人工假体<sup>[13]</sup>、智能传感器<sup>[14-16]</sup>、纺织类材料、分子过滤器<sup>[17]</sup>、减震器<sup>[18]</sup>、隔声器<sup>[19]</sup>和防护垫<sup>[20]</sup>等领域。1989 年,Bendsoe<sup>[21]</sup>采用微结构<sup>[22]</sup>的拓扑优化法对结构进行拓扑优化。

本文将微结构的设计转换成了胞元拓扑优化设计,采用胞元拓扑优化法对内凹六边形微结构进行拓扑优化,将优化得到的胞元微结构按一定周期进行排列从而获得负泊松比超材料结构。

## 1 内凹六边形负泊松材料计算理论

### 1.1 负泊松比材料作用机理

泊松比是衡量材料在承受纵向力时的横向尺寸变化力学参数。负泊松比是在考虑正负应变的前提下,横向应变和纵向应变的比值相反数,其数学表达式为,

$$\nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} = -\frac{\Delta x / x}{\Delta z / z} \quad (1)$$

式中, $\varepsilon_x, \varepsilon_z$  分别为横向应变和纵向应变; $\Delta_x, \Delta_z$  分别为结构受荷后的横向变形和纵向变形。一般情况下,泊松比大小和材料内部结构相关,经典弹性力学理论证明了具有各向同性的材料其泊松比值范围为  $-1.0 \sim 0.5$ <sup>[23]</sup>。从泊松比取值范围上来看,材料具有负泊松比效应理论上是可行的。

### 1.2 内凹六边形拓扑优化

本文从材料(微观尺度)到结构(宏观尺度)进行研究。所采用的方法是在保持宏观材料分布不变的前提下,对微观尺度材料下单胞结构进行拓扑优化设计。将优化得到的胞元微结构按一定周期进行排列从而获得负泊松比超材料结构。如图 1 所示:

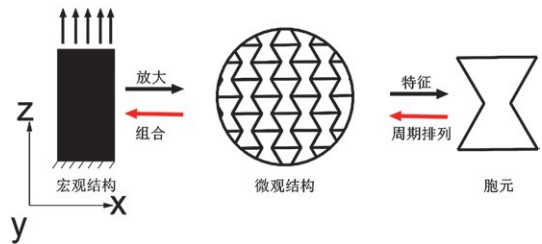


图 1 微观-宏观-一体化

内凹六边形源自常规六边形结构,但是其两侧呈内凹结构,其中: $a$  为底部边长, $b$  为斜边长, $c$  为肋部边长, $a, c$  为常量; $\theta_0$  为初始角( $< 90^\circ$ )。如图 2 所示:

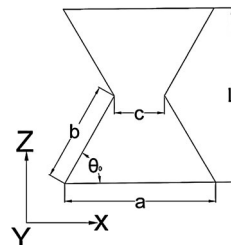


图 2 内凹六边形结构胞元示意图

根据负泊松比定义和内凹六边形结构图,负泊松比可表示为,

$$\nu = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} = -\frac{dl}{da} \quad (2)$$

根据几何分析,横向应变  $\varepsilon_a$  可表示为,

$$\varepsilon_a = \frac{\sin \theta}{\sin \theta_0} - 1 \quad (3)$$

式中,  $\theta_0, \theta$  和分别为胞元结构的初始角度和变形后角度。

由图 2 可知胞元结构尺寸  $b, a, c$  和初始角度  $\theta_0$  之间的关系可表述为,

$$b = \frac{(a-c)}{2 \cos \theta_0} \quad (4)$$

于是,胞元结构的泊松比  $\nu$  为<sup>[24]</sup>,

$$\nu = \frac{b \sin \theta_0 (\cos \theta_0 - \cos \theta)}{(a-b \cos \theta_0)(\sin \theta_0 - \sin \theta)} \quad (5)$$

由式(4)代入式(5)可得下式,

$$\nu = \frac{(a-c) \tan \theta_0 (\cos \theta_0 - \cos \theta)}{(a+c)(\sin \theta_0 - \sin \theta)} \quad (6)$$

采用 Matlab 软件对式(3)和式(6)进行计算,可得胞元结构的横向应变  $\varepsilon_a$  (图 3) 和泊松比  $\nu$  (图 4)。

具有负泊松比效应的内凹六边形拓扑优化步骤可表述为:

(1) 通过图 1 所示的微观-宏观一体化优化思路,将宏观结构看作由一系列内凹六边形结构胞元(图 2)所组成。

(2) 对内凹六边形结构胞元进行结构优化,通过改变图 2 所示的初始角  $\theta_0$ ,来实现结构胞元的负泊松比效应。

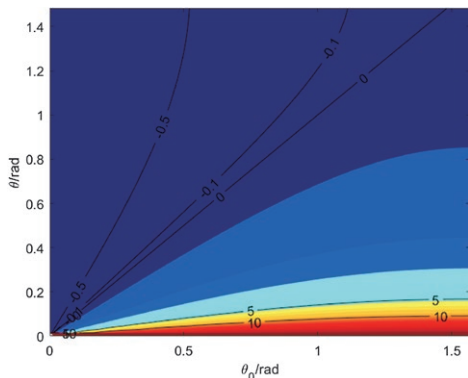


图 3 结构胞元横向应变  $\varepsilon_a$  等高线

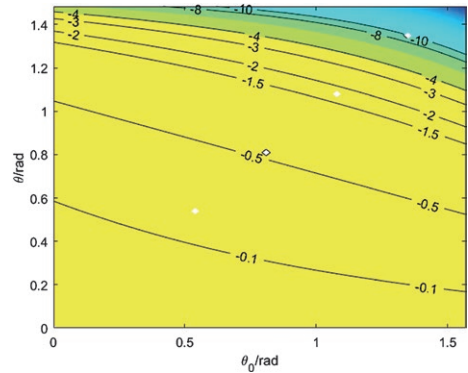


图 4 结构胞元泊松比  $\nu$  等高线

(3) 根据步骤(2)获得的负泊松比效应结构胞元,按一定周期进行排列组成负泊松比超材料结构。

(4) 根据步骤(3)获得的负泊松比超材料结构,采用 ANSYS 有限元软件建立相应的结构模型。

## 2 内凹六边形胞元结构力学行为

为验证基于胞元拓扑优化法的内凹六边形负泊松比超材料结构受力性能,本节采用大型有限元软件 ANSYS 进行建模,对优化后的结构胞元进行受力和泊松比验证。本文建立代表性内凹六边形结构胞元,假定结构胞元尺寸  $a$  和  $c$  为常量,初始角度  $\theta_0$  为变量,结构胞元尺寸  $a=3$  mm,  $c=1$  mm,初始角度  $\theta_0=30^\circ$ 、 $45^\circ$  和  $60^\circ$ ,材料弹性模量为  $1.2 \times 10^5$  MPa,材料泊松比为 0.29。

为了保证结构胞元可以两端受拉,利用作用力与反作用力的关系将结构胞元边界条件定为下端固定约束,胞元上端施加 5 MPa 大小的拉应力。

### 2.1 初始角度 $\theta_0=30^\circ$ 内凹六边形

结构胞元的纵向尺寸  $z=1.155$  mm,  $x=3$  mm。结构胞元经加荷载后,其纵向变形为  $\Delta_z=-0.445$  51 mm,结构胞元的横向变形  $\Delta_x=-0.195$  148 mm。将有限元仿真结果代入公式(1)可以得到材料的泊松比,泊松比  $\nu=-0.167$  9。

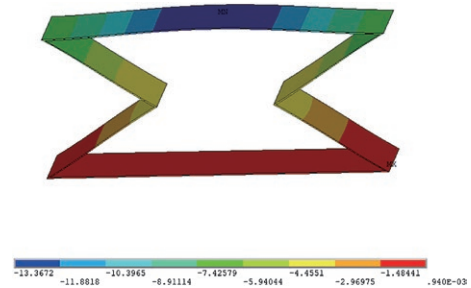


图 5  $\theta_0=30^\circ$  Z 方向变形图

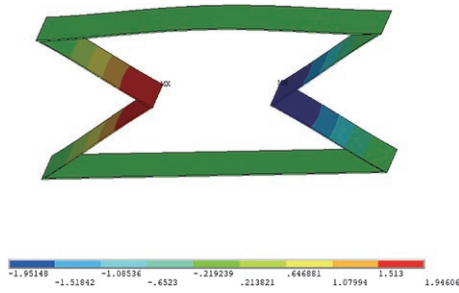


图 6  $\theta_0=30^\circ$  X 方向变形图

2.2 初始角度  $\theta_0=45^\circ$  内凹六边形

结构胞元初始角度  $\theta_0=45^\circ$ ，其纵向尺寸  $z=2$  mm,  $x=3$  mm。经加荷载后, 结构胞元的纵向变形为  $\Delta_z=-0.634 55$  mm, 结构胞元的横向变形  $\Delta_x=-0.511 254$  mm。将有限元仿真结果代入公式 (1) 可以得到材料的泊松比, 泊松比  $\nu=-0.537 1$ 。

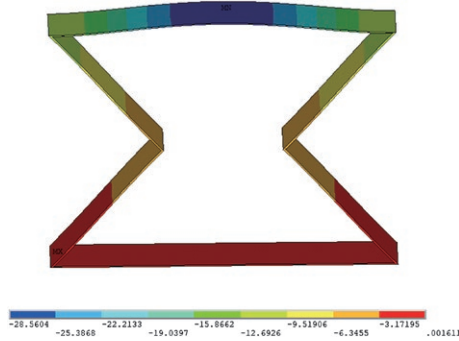


图 7  $\theta_0=45^\circ$  Z 方向变形图

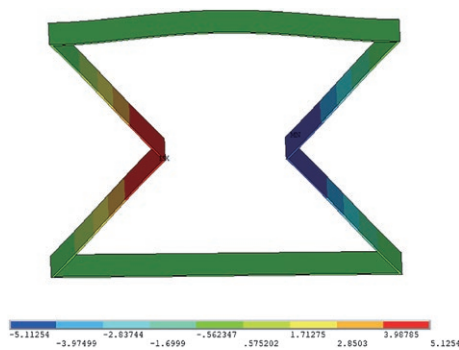


图 8  $\theta_0=45^\circ$  X 方向变形图

2.3 初始角度  $\theta_0=60^\circ$  内凹六边形

结构胞元初始角度  $\theta_0=60^\circ$ ，结构胞元的纵向尺寸  $z=3.464$  mm,  $x=3$  mm。在加载荷载后, 其纵向变形为  $\Delta_z=-0.717 286$  mm, 结构胞元的横向变形  $\Delta_x=-0.554 977$  mm。将有限元仿真结果代入公式 (1) 可以得到材料的泊松比, 泊松比  $\nu=-1.492 36$ 。

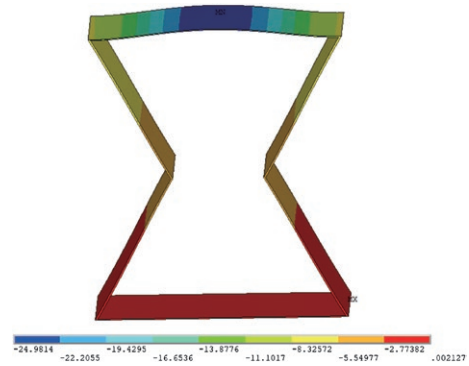


图 9  $\theta_0=60^\circ$  Z 方向变形图

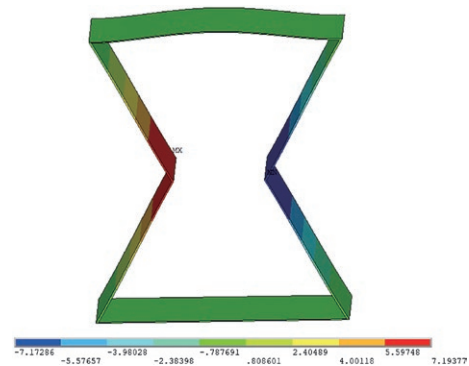


图 10  $\theta_0=60^\circ$  X 方向变形图

由图 5 ~ 图 10 可知, 随着结构胞元初始角度的增大, 内凹六边形结构胞元负泊松比值也越大。

为验证有限元模型的准确性, 将受荷情况下结构胞元的负泊松比效应和理论公式进行对比。根据结构胞元尺寸  $a=3, c=1$ , 初始角度  $\theta_0=30^\circ, 45^\circ$  和  $60^\circ$ , 分别代入式 (6) 可得  $\nu_{30^\circ}=-0.168 6, \nu_{45^\circ}=-0.505 0, \nu_{60^\circ}=-1.517 5$ , 将有限元仿真结果和理论计算结果进行汇总, 可得泊松比值如表 1 所示:

表 1 泊松比值

初始角度	30°	45°	60°
有限元计算	-0.167 9	-0.537 1	-1.492 36
理论计算	-0.168 6	-0.505 0	-1.517 5

将有限元计算的结果与理论计算的结果进行对比, 发现误差均在 10% 以内, 从侧面反映出有限元仿真的准确性及负泊松比理论计算的合理性。

3 内凹六边形超材料结构性能仿真

3.1 内凹六边形超材料宏观结构阵列

为分析材料拓扑优化后的超材料结构宏观力学性能, 本文将经过拓扑优化后的第 3 节内凹六边

形按一定周期进行排列得到相应具有宏观负泊松比效应的超材料结构。如图 11 所示:

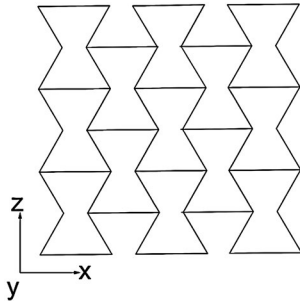


图 11 内凹六边形宏观结构阵列示意图

### 3.2 内凹六边形超材料结构有限元仿真

根据图 9 所示,结构胞元按照一定的规则进行排列,可获得相应的超材料结构。采用有限元软件 ANSYS 进行建模仿真,超材料结构边界条件为下端固定约束,胞元上端施加 5 MPa 大小的拉应力。

#### 3.2.1 初始角度 $\theta_0=30^\circ$ 超材料结构

由一系列初始角度  $\theta_0=30^\circ$  的结构胞元组成的超材料结构,其纵向尺寸  $z=3.462$  mm, 横向尺寸  $x=11$  mm。经加荷载后,超材料结构的纵向变形为  $\Delta_z=-0.380$  01 mm, 超材料结构的横向变形  $\Delta_x=-0.136$  8 mm。经公式 (1) 计算可得超材料结构的泊松比  $\nu=-0.113$ 。

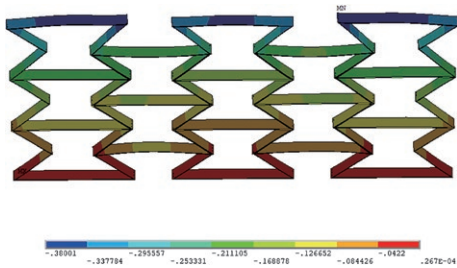


图 12  $=30^\circ$  Z 方向变形图

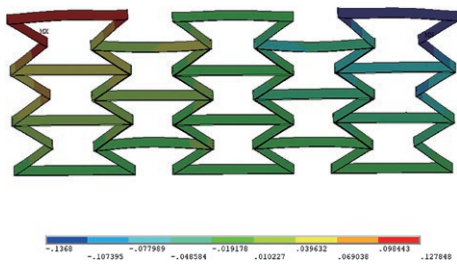


图 13  $=30^\circ$  X 方向变形图

#### 3.2.2 初始角度 $\theta_0=45^\circ$ 超材料结构

根据初始角度  $\theta_0=45^\circ$  的结构胞元,经过一

定的排列规律组成宏观超材料结构,其纵向尺寸  $z=6$  mm, 横向尺寸  $x=11$  mm。经加荷载后,超材料结构的纵向变形为  $\Delta_z=-1.13555$  mm, 超材料结构的横向变形  $\Delta_x=-0.598$  61 mm。经公式 (1) 计算可得超材料结构的泊松比  $\nu=-0.288$ 。

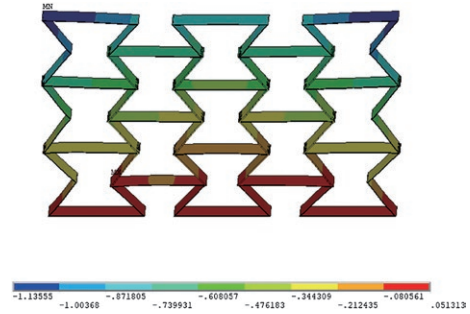


图 14  $=45^\circ$  Z 方向变形图

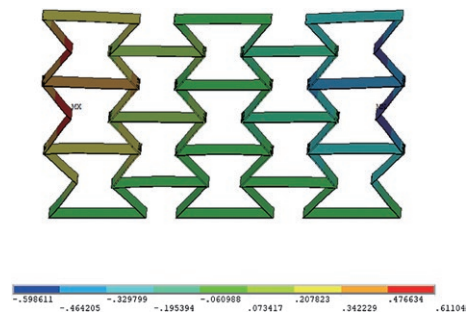


图 15  $=45^\circ$  X 方向变形图

#### 3.2.3 初始角度 $\theta_0=60^\circ$ 超材料结构

采用初始角度  $\theta_0=60^\circ$  的结构胞元,经组合成超材料结构,其纵向尺寸  $z=6.928$  mm, 横向尺寸  $x=11$  mm。经加荷载后,超材料结构的纵向变形为  $\Delta_z=-1.538$  47 mm, 超材料结构的横向变形  $\Delta_x=-1.299$  89 mm。经公式 (1) 计算可得超材料结构的泊松比  $\nu=-0.532$ 。

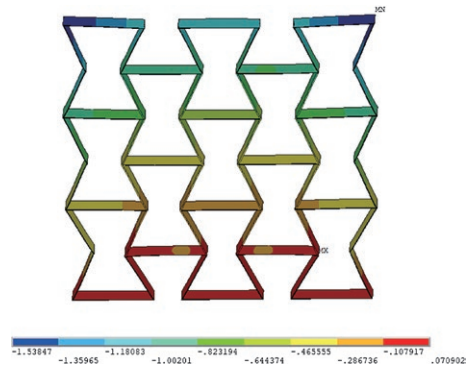


图 16  $=60^\circ$  Z 方向变形图

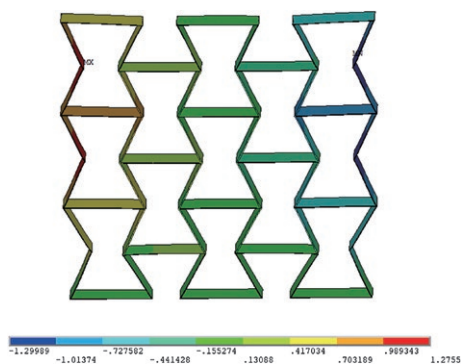


图 17  $=60^\circ$  X 方向变形图

由图 12~图 17 可得,内凹六边形超材料结构的负泊松比效应跟结构胞元特性有关。随着结构胞元初始角度增大,超材料结构的负泊松比值也越大,其变化规律与结构胞元负泊松比效应类似。

## 4 结论

本文采用胞元拓扑优化的方法,以超材料负泊松比效应增强为目的,推导得出了内凹角越大其负泊松比效应越强的理论,并应用有限元软件 ANSYS 对其进行仿真,结果表明:

(1) 基于胞元拓扑优化的方法,得到内凹六边形负泊松比超材料在底边长和纵向长度保持不变时,内凹角越大其负泊松比效应越为明显。并且结构胞元按一定周期进行排列的宏观结构的负泊松比效应和结构胞元的负泊松比效应改变规律保持一致。

(2) 相较于传统的对结构胞元的形状进行改变来达到拓扑优化的结果,本文采取了对内凹六边形初始角度进行改变,将负泊松比效应与内凹六边形的角度用函数关系关联了起来,更为有效地确定了负泊松比效应与形状的具体关系。

(3) 内凹六边形胞元按一定周期排列后整体结构的负泊松比效应将略有减小,在其受到纵向拉(压)应力时,其横向将会发生膨胀(收缩)变形。桥梁伸缩缝要求其在垂直和平行于桥梁的轴线上都能自由变形,这种负泊松比结构较为符合其需求。拓扑优化可以得到大量的负泊松比超材料结构,对负泊松比超材料结构的获取和强化有着极为重要的作用。

### 参考文献:

[1] 杨德庆,秦浩星. 基于功能基元拓扑优化法的任意正

泊松比超材料结构设计[J]. 上海交通大学学报,2019,53(7):819-829.

[2] 秦浩星,杨德庆. 任意负泊松比超材料结构设计的功能基元拓扑优化法[J]. 复合材料学报,2018,35(4):1014-1023.

[3] 任晨辉,杨德庆. 二维负刚度负泊松比超材料及其力学性能[J]. 哈尔滨工程大学学报,2020,41(8):1129-1135.

[4] Evans K E. Auxetic polymers[J]. Membrane Technology, 2001,2001(137):9.

[5] L, J, Gibson, et al. The mechanics of two-dimensional cellular materials[J]. Proceedings of the Royal Society of London A Mathematical and Physical Sciences, 1982,382(1782):25-42.

[6] Yang S, Chalivendra V B, Kim Y K. Fracture and impact characterization of novel auxetic Kevlar®/Epoxy laminated composites[J]. Composite Structures, 2017, 168: 120-129.

[7] Wu J L, Luo Z, Li H, et al. Level-set topology optimization for mechanical metamaterials under hybrid uncertainties[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2017,319:414-441.

[8] Bruggi M, Zega V, Corigliano A. Synthesis of auxetic structures using optimization of compliant mechanisms and a micropolar material model[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2017,55(1):1-12.

[9] Wang Z P, Poh L H, Dirrenberger J, et al. Isogeometric shape optimization of smoothed petal auxetic structures via computational periodic homogenization[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2017, 323:250-271.

[10] 常玉萍. 负泊松比经编间隔织物制备与性能研究[D]. 无锡:江南大学,2018.

[11] Lim T C, Rajendra Acharya U. Longitudinal modulus of semi-auxetic unidirectional fiber composites[J]. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 2010,29(10):1441-1445.

[12] 任鑫,张相玉,谢亿民. 负泊松比材料和结构的研究进展[J]. 力学学报,2019,51(3):656-687.

[13] Scarpa F. Auxetic materials for bioprotheses[in the spotlight][J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008,25(5):128-126.

[14] Xu B, Arias F, Brittain S T, et al. Making negative poisson's ratio microstructures by soft lithography[J]. Advanced Materials, 1999,11(14):1186-1189.

[15] Zhang S L, Lai Y C, He X, et al. Auxetic foam-based contact-mode triboelectric nanogenerator with highly

(下转第 45 页)

## 4 结论

(1) 模拟结果显示,集热器空气进口流速 1.0 m/s,进口温度为 300 K 时,集热效率为 51.74%;水进口流速 0.1 m/s、进口水温 290 K 时,集热效率可以达到 74.73%。相比于空气集热,水集热效率更高。

(2) 空气-水复合集热模式下,提高空气或水的流速可以提高复合集热效率,但空气和水的瞬时集热效率存在相互制约的情况。水流进口速度 0.1 m/s、空气进口速度 0.5 m/s 时,复合集热效率达到最佳,为 71.66%。

(3) 从能量利用效率来看,空气集热模式适用于冬季建筑物采暖,水集热模式适用于春秋两季生产生活热水,空气-水复合集热模式适用于夏季同时获取热水、热空气。

### 参考文献:

- [1] Seveda M S. Performance studies of solar tunnel dryer for drying aonla (*embilica officinalis*) pulp[J]. *Applied Solar Energy*, 2012, 48 (2): 104-111.
- [2] Roustapour, Gazor H R. Influence collector inclination of solar dryer on apple 'golab' chips drying[J]. *Agriculturae Conspectus Scientificus*, 2015, 80 (2): 101-108.
- [3] Ivanova T, Havrland B, Hutla P, et al. Drying of cherry tree chips in the experimental biomass dryer with solar collector[J]. *Research in Agricultural Engineering*, 2012, 58 (No.1): 16-23.
- [4] Saim, R, Abboudi, et al. Numerical simulation of turbulent forced convection in solar collector provided with thickness baffles and fins[J]. *International Review of Mechanical Engineering*, 2009, 3 (4): 373-381.
- [5] Ammar M, Mokni A, Mhiri H, et al. Numerical analysis of solar air collector provided with rows of rectangular fins[J]. *Energy Reports*, 2020, 6: 3412-3424.
- [6] Gong X T, Wang F Q, Wang H Y, et al. Heat transfer enhancement analysis of tube receiver for parabolic trough solar collector with pin fin arrays inserting[J]. *Solar Energy*, 2017, 144: 185-202.
- [7] 胡建军, 郭萌, 张广秋, 等. 利用旋流效应强化平板型太阳能空气集热器性能[J]. *农业工程学报*, 2020, 36 (6): 188-195.
- [8] 贾斌广, 刘芳, 王达, 等. 扰流板太阳能空气集热器的流道优化[J]. *化工进展*, 2019, 38 (2): 819-825.
- [9] 刘爽, 马进伟, 方廷勇, 等. L 型翅片式太阳能平板双效集热器集热性能数值模拟研究[J]. *建筑科学*, 2019, 35 (10): 79-83.
- [10] 王亮, 满意. 单、双风道折形折流板式空气集热器对比分析[J]. *可再生能源*, 2020, 38 (5): 612-619.
- [11] Ma J W, Zhao Q, Su Y H, et al. The thermal behavior of a dual-function solar collector integrated with building: an experimental and numerical study on the air heating mode[J]. *Energies*, 2018, 11 (9): 2402.
- [12] 童维维, 方浩, 马进伟, 等. 太阳能光电光热综合利用模块数值模拟[J]. *安徽建筑大学学报*, 2019, 27 (6): 70-75.
- [13] 郭超, 马进伟, 何伟. 平板型太阳能双效集热器空气集热性能的理论分析[J]. *安徽建筑工业学院学报(自然科学版)*, 2013, 21 (5): 100-104.
- [14] 王亮, 满意. 单、双风道折形折流板式空气集热器对比分析[J]. *可再生能源*, 2020, 38 (5): 612-619.
- [15] Ma J W, Zhao Q, Su Y H, et al. The thermal behavior of a dual-function solar collector integrated with building: an experimental and numerical study on the air heating mode[J]. *Energies*, 2018, 11 (9): 2402.
- [16] 童维维, 方浩, 马进伟, 等. 太阳能光电光热综合利用模块数值模拟[J]. *安徽建筑大学学报*, 2019, 27 (6): 70-75.
- [17] 郭超, 马进伟, 何伟. 平板型太阳能双效集热器空气集热性能的理论分析[J]. *安徽建筑工业学院学报(自然科学版)*, 2013, 21 (5): 100-104.
- [18] Wang Y C, Lakes R. Analytical parametric analysis of the contact problem of human buttocks and negative Poisson's ratio foam cushions[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2002, 39 (18): 4825-4838.
- [19] Bertoldi K, Reis P M, Willshaw S, et al. Negative poisson's ratio behavior induced by an elastic instability[J]. *Advanced Materials*, 2010, 22 (3): 361-366.
- [20] Bendsøe M P. Optimal shape design as a material distribution problem[J]. *Structural Optimization*, 1989, 1 (4): 193-202.
- [21] SOKOLNIKOFF I S. *Mathematical theory of elasticity*[M]. Malabar: Krieger Publishing Company, 1983.
- [22] 包海玲. 细观力学模型在混凝土层裂实验中的应用[J]. *安徽建筑大学学报*, 2017, 25 (5): 26-29, 34.
- [23] Hu H, Wang Z Y, Liu S. Development of auxetic fabrics using flat knitting technology[J]. *Textile Research Journal*, 2011, 81 (14): 1493-1502.

(上接第 26 页)

sensitive self-powered strain sensing capabilities to monitor human body movement[J]. *Advanced Functional Materials*, 2017, 27 (25): 1-7.

- [16] Li Q, Kuang Y, Zhu M L. Auxetic piezoelectric energy harvesters for increased electric power output[J]. *AIP Advances*, 2017, 7 (1): 2158-3226.
- [17] Grima J N, Jackson R, Alderson A, et al. Do zeolites have negative poisson's ratios?[J]. *Advanced Materials*, 2000, 12 (24): 1912-1918.
- [18] Ma Y H, Scarpa F, Zhang D Y, et al. A nonlinear auxetic structural vibration damper with metal rubber particles[J]. *Smart Materials and Structures*, 2013, 22 (8): 084012.
- [19] Bertoldi K, Reis P M, Willshaw S, et al. Negative poisson's ratio behavior induced by an elastic instability[J]. *Advanced*