

基于压缩感知的等效源近场声全息

耿胜远^{1, 2}, 张学勇^{1, 2}

(1. 安徽建筑大学 数理学院, 安徽 合肥 230601; 2. 安徽省建筑声环境重点实验室, 安徽 合肥 230601)

摘要: 压缩感知利用感知矩阵可从稀疏信号中高概率重建出原始信号。本文介绍一种压缩感知稀疏采样等效源近场声全息方法, 对频率为 1500 Hz 的两个单极子声源和频率在 500 Hz、1000 Hz、2000Hz 时的六个单极子声源, 通过采用 21×21 网格点 (441 个) 及 121 个随机数据采样点, 分别进行声场重建与声源识别仿真, 并与传统等效源近场声全息方法进行比较。结果表明, 121 和 441 个采样点下的传统等效源法声场重建误差分别为 26.79% 和 45.21%, 而基于本文提出的压缩感知等效源法的声场重建误差仅为 2.24% 和 0.92%, 因而, 具有更高的声场重建能力; 在 121 个采样点下, 压缩感知等效法声源识别图像分辨率优于传统等效源法, 声源定位及识别精度高。

关键词: 近场声全息; 压缩感知; 等效源法; 声场重建; 声源识别

中图分类号: TPB525

文献标识码: A

文章编号: 2095-8382 (2021) 04-077-06

Near-field Acoustic Holography Technology Based on Compressed Sensing Theory and Equivalent Source Method

GENG Shengyuan^{1, 2}, ZHANG Xueyong^{1, 2}

(1.School of Mathematics and Physics, Anhui Jianzhu University, Anhui Hefei 230601, China; 2.Key Laboratory of Architectural Acoustic Environment of Anhui Higher Education Institutes, Anhui Hefei 230601, China)

Abstract: Compressed Sensing is a technique that uses a perception matrix to reconstruct the original signal with high probability from sparse signals. Near-field acoustic holography method based on compressed sensing sparse sampling and equivalent source is presented. For two monopole sub-sound sources with frequency of 1500 Hz and six monopole sub-sound sources with frequency of 500 Hz, 1000 Hz and 2000 Hz, by using 21×21 grid points (441) and 121 random data sampling points, sound field reconstruction and source identification simulation are carried out respectively and the comparison is made with the traditional equivalent source near field acoustic holography method. The results show that the reconstruction errors of the traditional equivalent source method under 121 and 441 sampling points are 26.79% and 45.21%, respectively, while the errors of the proposed equivalent source method based on compressed sensing are only 2.24% and 0.92%, so it has a higher ability of sound field reconstruction. Under 121 sampling points, the resolution of sound source recognition image based on compressed sensing is better than that of traditional equivalent source method, and the accuracy of sound source location and identification is high.

Key words: near-field acoustic holography; compression sensing; equivalent source method; sound field reconstruction; source identification

收稿日期: 2020-12-08

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61471003); 国家重点研发计划项目 (2018YFB2003801); 安徽省教育厅自然科学基金重点研究项目 (KJ2020A0484)。

作者简介: 耿胜远 (1995-), 男, 硕士研究生, 研究方向: 声场重建。

近场声全息 (Near-field Acoustic Holography, NAH) 作为一种高效的声源识别、定位和可视化技术,在噪声控制、产品低噪声设计等方面引起国内外学者的广泛关注^[1]。目前,在汽车制造、机械故障诊断、潜艇、飞机和家电等行业,NAH 得到成功应用。NAH 通过测量声源近场全息面上的复声压或质点振速,利用空间声场变换算法,重建声源表面或整个三维空间声场。随着研究的深入,各种 NAH 变换算法被提出,如空间傅里叶变换法^[2]、边界元法^[3]、Helmholtz 方程最小二乘法^[4]、统计最优法^[5]和等效源法 (Equivalent Source Method, ESM)^[6]等。其中 ESM 具有强适应性和数值计算优势,现被普遍应用于任意外形声源定位与识别。

ESM 又称波叠加法,其原理是通过在声源内部一定距离处分布一系列简单源,通过一系列简单源辐射的声场叠加来替代原来的声源声场,ESM 能够处理具有复杂几何结构声源声场的重建问题^[7]。然而,ESM 由于受到 Nyquist 采样定理^[8]的限制,为了克服这种测量缺陷,通常需将采样间隔设置足够小,采用较多的传声器进行数据采样,才能实现高分辨率的声场重建,因而基于 ESM 的近场声全息技术测量成本较高。压缩感知理论^[9]是一项新兴的信号采样理论,该理论由 Donoho 和 Candes^[10,11]等人提出,其将信号采样和数据压缩同步进行,可使用远少于传统采样定理需要的采样点数,实现原始信号高概率重建。

本文在传统等效源 NAH 基础上引入压缩感知理论,应用正交匹配算法^[12],降低采样成本,并完成声场高精度重建和声源识别。文章首先介绍等效源法和压缩感知算法的原理,然后通过仿真实验,给出基于压缩感知的等效源法 NAH 与传统的等效源法 NAH 的声场重建与声源识别结果,验证了基于压缩感知的等效源 NAH 方法的可行性和有效性。

1 基于压缩感知和等效源法的声场重建及声源识别

1.1 等效源法

等效源法的声场重建思路是在声源内部或背

声源所发出的声场^[13]。如图 1, S_h 为全息面,全息面上的采样点数为 m , S^* 为等效源面,离散的等效源数为 n , $m \geq n$ 。则全息面测得的声压信号与等效源面源强的关系可描述为:

$$p_h = GQ \quad (1)$$

其中 G 为传递矩阵, Q 为等效源强。

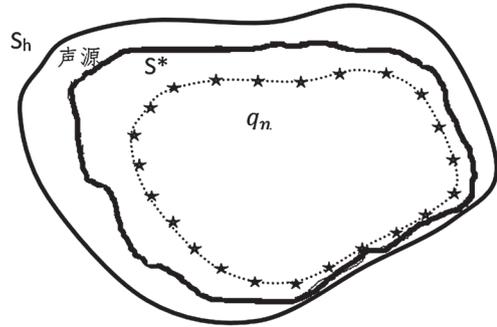


图 1 等效源点示意图

$$G = \begin{bmatrix} G(11) & \cdots & G(1n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G(m1) & \cdots & G(mn) \end{bmatrix} = [g_1 \ g_2 \ g_3 \ \cdots \ g_n] \quad (2)$$

$$Q = [q_1, q_2, q_3, \dots, q_n]^T \quad (3)$$

式中, $G(mn)$ 表示全息面测点 m 与第 n 个等效源之间的传递函数,

$$G(mn) = \frac{e^{i^*r(mn)^*k}}{4\pi r(mn)} \quad (4)$$

式中, $r(mn)$ 表示全息面测点 m 与第 n 个等效源源点的距离, i 为虚数单位, 波数 $k = \frac{2\pi f}{c}$, f 为频率, c 为声速。

从式 (1) 可知, 通过全息面上的声压, 可以计算出等效源的源强, 进而可以计算出声场中任一位置处的声压。

1.2 基于正交匹配和等效源法的声源识别

假设等效源强 Q 在空间域具有稀疏性, 按信号稀疏表示理论, n 个等效源强 Q 向量可用一组基函数 $\Psi = [\Psi_1, \dots, \Psi_n]$ 与 k 个非零的分解系数 s ($k \leq n$) 的线性组合表示:

$$Q = \Psi s \quad (5)$$

式中, Ψ 亦称为信号 Q 的稀疏基函数。由压缩感知理论可知, 长度为 m ($m \leq n$) 的测量值 p_h 和待求的等效源强 Q 可用下列矩阵表示:

$$p_h = \Phi Q \quad (6)$$

式中为观测矩阵,将式(5)代入式(6)可得:

$$p_h = \Phi Q = \Phi \Psi s = Hs \quad (7)$$

其中 $H = \Phi \Psi$ 记为传感矩阵。(7)式中由于方程的个数 m 小于未知数的个数 n , 该方程是欠定的, 因而无法重构信号 Q 。考虑 s 是 k 稀疏的, 如果上式中的 Φ 与 Ψ 不相关, 满足有限等距性质 (Restricted Isometric Property, RIP), 则可以利用信号稀疏分解算法, 如正交匹配算法 (Orthogonal Matching Pursuit, OMP), 基于(7)式先计算出分解系数 s 再代入(5)式, 进而计算出等效源强 Q 。

OMP 主要思想是从传感矩阵 H 中选择最相关的 k 个原子, 通过相关性计算传感矩阵某一行与信号残差的内积, 求解内积的最大值, 从而滤除相关性较小的原子, 只记录内积值最大时对应的原子^[4]。在经过 k 次迭代后就可以用这 k 个原子的线性组合近似表达待稀疏分解信号 p_h 。分解系数 s 计算步骤如下:

输入: 感知矩阵 $H = \Phi \Psi$, 声压向量 p_h , 信号稀疏度 k

输出: $\hat{s} = s_n$

① 初始化残差信号 $r_0 = p_h$, 支撑集索引 $\Gamma_0 = \emptyset$, 迭代次数 $n = 1$;

② 寻找与当前残差信号最匹配的原子:

$$i_n = \arg \max | \langle r_{n-1}, H_j \rangle |, j = 1, 2, 3, \dots, n;$$

③ 更新支撑集索引: $\Gamma_n = \Gamma_{n-1} \cup i_n$;

④ 对信号进行稀疏分解: $s_n = (H_{\Gamma_n}^T H_{\Gamma_n})^{-1} H_{\Gamma_n}^T p_h$;

⑤ 更新残差: $r_n = p_h - H_{\Gamma_n} s_n$;

⑥ 重复迭代: $n = n + 1$, 重复步骤 2-5 直到满足停止迭代条件 $n > k$ 。

2 数值仿真

仿真实验装置如图 2 所示, 全息面为 $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ 的方形传声器阵列, 沿 x 轴、 y 轴分别均匀划分 21×21 等间隔网格, 即测点间距为 0.05 m 。源面和重建面尺寸均为 $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$, 并且沿 x 轴、 y 轴亦均匀划分 21×21 网格。源面位于坐标轴 $z = 0$ 处, 全息面与源面相距 0.05 m , 重建面与源面相距 0.02 m 。仿真中加入信噪比为 20 dB 的高斯白噪声。图 3

是 21×21 划分网格及 121 个随机选择的采样点分布示意图。

定义采样点声压重建误差函数:

$$err = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (p_i - p_{ri})^2}{\sum_{i=1}^N p_i^2}} \times 100 \% \quad (8)$$

式中, p_{ri} 为声压重建值, p_i 为声压理论值, $i = 1, 2, 3, \dots, N, N$ 为采样点数目。

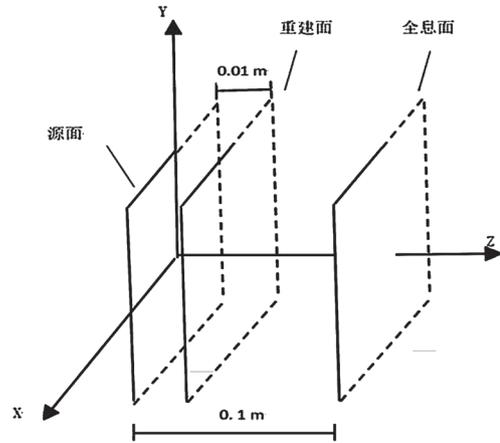


图 2 实验装置示意图

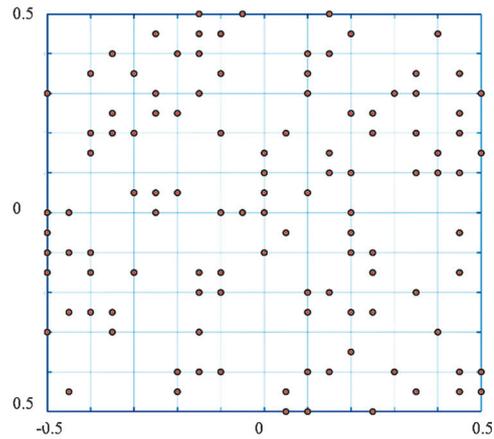


图 3 21×21 网格, 随机采样点 (121 个) 分布图

2.1 双声源

声源设置为两个单极子, 坐标位置分别在 $(0 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0 \text{ m})$ 和 $(0.15 \text{ m}, 0.15 \text{ m}, 0 \text{ m})$, 单极子声源频率均为 1500 Hz , 仿真结果见图 4 和图 5。

图 4(a)、图 5(a) 给出的是传统等效源方法和本文所提压缩感知的等效源法在 441 个采样点下的声场重建图像, 传统的等效源法的图像主瓣较大, 而基于压缩感知的图像主瓣相对较小, 重

建图像的分辨率较高。与理论上的重建面声压相比,传统的等效源法和基于压缩感知的等效源法的误差分别是 26.79% 和 0.92%,基于压缩感知的等效源算法误差远远小于传统的等效源法。图 4(b)、图 5(b) 分别给出的是将采样点数随机减少至 121 个,传统等效源方法和压缩感知的等效源法的声场重建图像,可以看出采用本文所提方法重建的声场在测点数减少了 320 个情况下,图像仍然清晰,声压重建误差仅为 2.24%,而采用传统等效源方法声场重建图像边缘轮廓不规则,分辨率明显降低,声压重建误差高达 45.21%。因而,对少量数据采样点,压缩感知稀疏采样等效

源法较传统等效源方法优势明显,声场重建精度高。

2.2 六个单极子声源

为了测试不同频率下两种方法对采用少量数据采样点情形下的声源识别与定位效果,现对六个单极子声源进行仿真。六个单极子声源的坐标依次是 $(0.25\text{ m}, 0\text{ m}, 0\text{ m})$, $(-0.25\text{ m}, 0\text{ m}, 0\text{ m})$, $(0.1\text{ m}, 0.2\text{ m}, 0\text{ m})$, $(-0.1\text{ m}, 0.2\text{ m}, 0\text{ m})$, $(0.1\text{ m}, -0.2\text{ m}, 0\text{ m})$, $(-0.1\text{ m}, -0.2\text{ m}, 0\text{ m})$,声源频率分别设置为 500 Hz、1000 Hz 和 2000 Hz,随机选择采样点数均为 121 个。

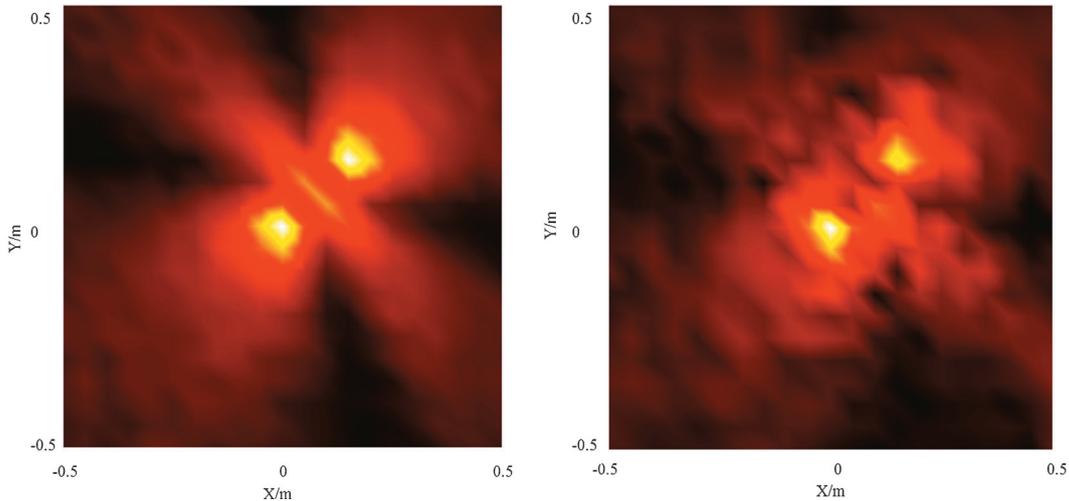


图 4 传统等效源法的声场重建图

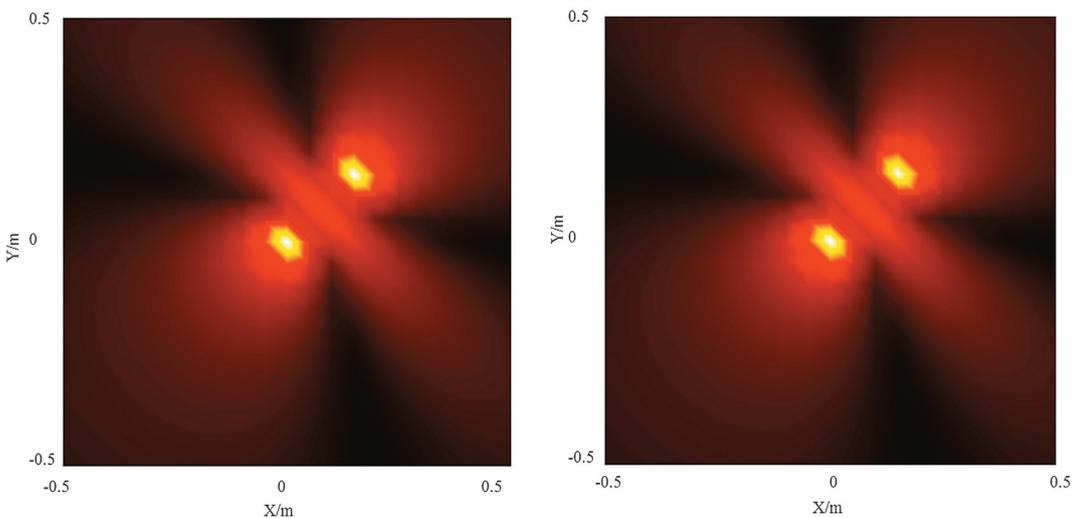


图 5 压缩感知的等效源法声场重建图

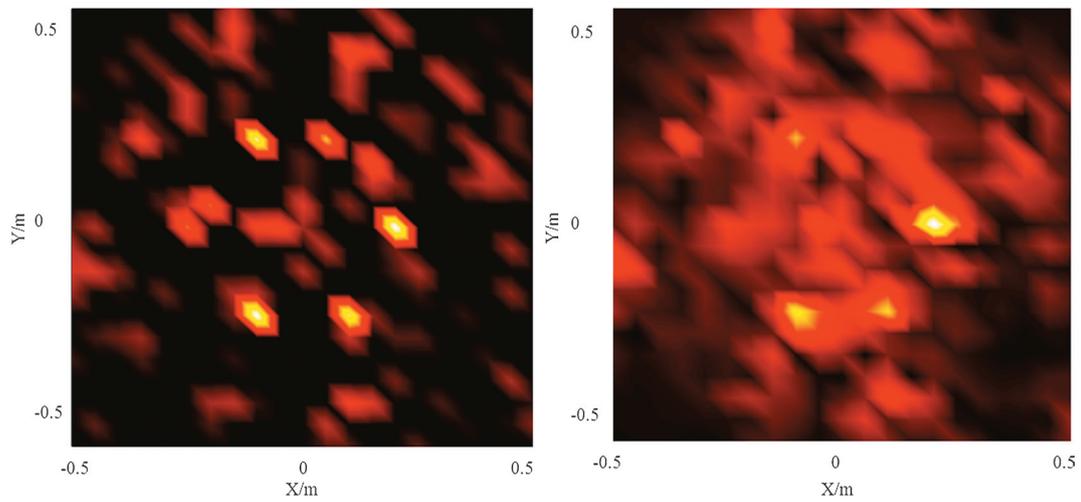


图 6 500 Hz 下两种方法的声源识别图

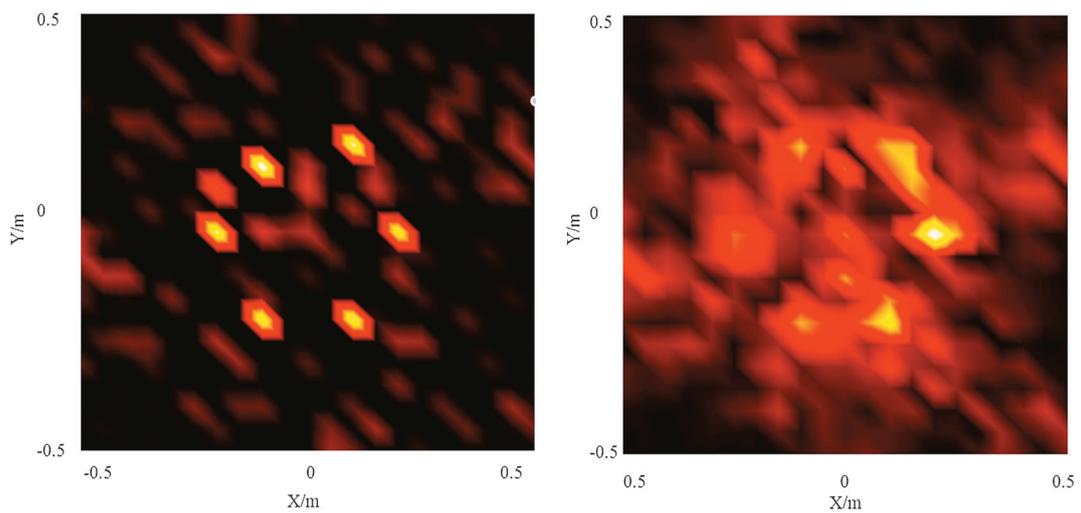


图 7 1000 Hz 下两种方法的声源识别图

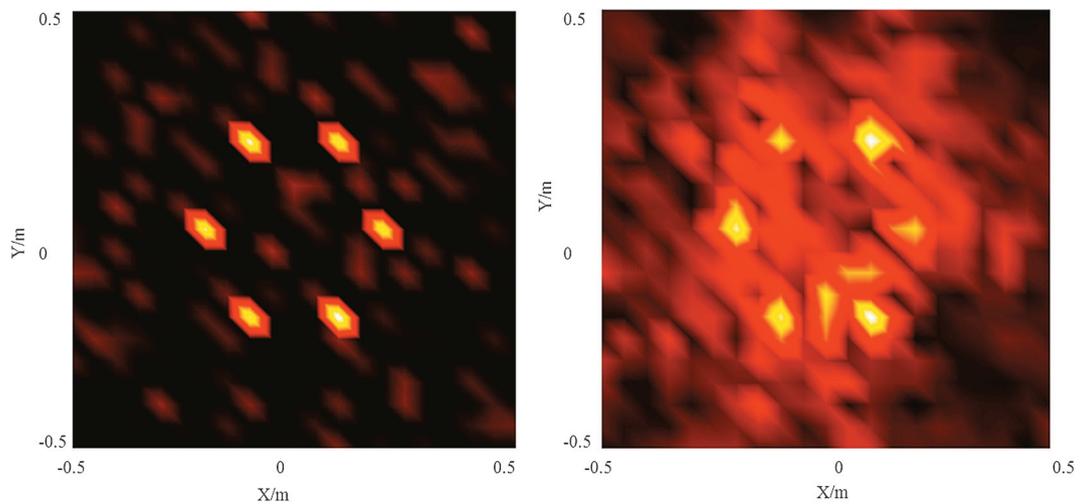


图 8 2000 Hz 下两种方法的声源识别图

图 6(a)、图 7(a)和图 8(a)为基于压缩感知的等效源法的声源识别图,图 6(b)、图 7(b)和图 8(b)为基于传统的等效源法的声源识别图,在 500 Hz 时,压缩感知算法仅能识别 4 个声源的位置,且图像存在较多噪点;基于传统的等效源算法仅能从图像峰值识别出 3 个声源的位置,图像的分辨率很差。在 1 000 Hz 时,传统的等效源法声源无法区分开来,仅能识别单个声源,相比之下,基于压缩感知的等效源法能识别出六个声源,仅左上角的声源位置识别存在偏差。在 2 000 Hz 时,传统的等效源法能从图像的峰值处识别出六个声源,但图像的主瓣较大,且图像存在多噪点,图像的分辨率较差。而基于压缩感知算法的等效源法能够准确地识别出声源的位置,虽然图像存在轻微噪点,但较传统的等效源法图像的分辨率很高。

3 结语

在传统的等效源法的基础上,本文提出一种基于压缩感知等效源法的 NAH 声场重建算法。设置两个单极子声源,在相同的频率和不同采样点下,通过仿真结果表明,该方法较传统等效源法具有更高的声场重建精度。设置六个单极子声源在不同频率下进行仿真,结果表明,压缩感知等效源方法重建图像分辨率高,声源识别位置精确。在后期研究工作中,将通过具体实验进一步验证应用基于压缩感知等效源 NAH 方法的可行性和有效性。

参考文献:

- [1] 周广林,陈心昭,陈剑,等.声全息技术的研究现状与展望[J].声学技术,2003,22(2):120-125,129.
- [2] 殷学文.敷设消声瓦的双层加肋圆柱壳的振动和声辐射研究[D].无锡:中国船舶科学研究中心,2001.
- [3] 陈梦英,商德江,李琪,等.运动声源的边界元声全息识别方法研究[J].声学学报,2011,36(5):489-495.
- [4] Wang Z X, Wu S F. Helmholtz equation - least-squares method for reconstructing the acoustic pressure field[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1997, 102(4): 2020-2032.
- [5] 毛锦,徐中明,贺岩松,等.统计最优双面声场分离的改进算法[J].机械工程学报,2015,51(15):128-134.
- [6] Koopmann G H, Song L M, Fahline J B. A method for computing acoustic fields based on the principle of wave superposition[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1989, 86(6): 2433-2438.
- [7] Guo W Y, Zhang H Y, Han J G, et al. Source localization in reverberation environment based on improved equivalent sound source near-field acoustic holography algorithm[J]. Journal of Vibroengineering, 2019, 21(8): 2260-2272.
- [8] Shan G J. The study of signal reconstruction: an investigation independent of Shannon-Nyquist theorems[J]. Science China Information Sciences, 2020, 63(10): 1-3.
- [9] Wang Z P, Hussein Z S, Wang X M. Secure compressive sensing of images based on combined chaotic DWT sparse basis and chaotic DCT measurement matrix[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2020, 134: 106246.
- [10] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [11] Candès E J, Romberg J K, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [12] Wen J M, Zhang R, Yu W. Signal-dependent performance analysis of orthogonal matching pursuit for exact sparse recovery[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 5031-5046.
- [13] 张永斌,毕传兴,陈剑,等.基于等效源法的平面近场声全息及其实验研究[J].声学学报,2007,32(6):489-496.
- [14] 张有仑.压缩感知中的贪婪类重构算法研究[D].北京:北京理工大学,2016.